

# Barem clasa a VI-a

## (OLM 2017-etapa locală)

### Subiectul I. (7 puncte)

a)  $a = \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2019 \cdot 2018} = 2 \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} \right) = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2019} \right) = \frac{2017}{2019}.$  (2 puncte)

Deci  $2019a = 2017$  care este număr prim cu doi divizori naturali: 1 și 2017. (1 punct)

b)  $\frac{2x}{abc}$  este cel mai mare număr rațional dacă  $\overline{2x}$  este cel mai mare și  $\overline{abc}$  este cel mai mic.

Deci  $x = 9$ , iar  $\overline{abc} = 116$  (2 puncte)

Măsura unghiului fiind  $\alpha$  atunci măsura complementului este  $90^\circ - \alpha$ , iar măsura suplementului este  $180^\circ - \alpha$ .

$$\frac{29}{116} = \frac{1}{4} \Rightarrow (90^\circ - \alpha) \cdot 4 = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ. \quad (2 \text{ puncte})$$

### Subiectul II. (7 puncte)

a) Avem că:  $a^2 + a - 2 = a(a+1) - 2 : 2$ , oricare ar fi  $a$  număr natural nenul. (1 punct)

Membrul stâng fiind un număr natural, rezultă că  $\frac{3b+5}{b+1} \in N \Rightarrow b+1 \mid 2 \Rightarrow b=0, b=1$  (1 punct)

Pentru  $b=0, a=3$ , iar pentru  $b=1, a=2$ .  $S = \{(2,1); (3,0)\}$  (1 punct)

b)  $\frac{ab}{a}, \frac{bc}{b}, \frac{ca}{c} \in N \Rightarrow a/(10a+b), b/(10b+c), c/(10c+a) \Rightarrow a/b, b/c, c/a$  (2 puncte)

Deci  $a \leq b, b \leq c, c \leq a \Rightarrow a = b = c \Rightarrow \overline{aaa} \in \{111, 222, \dots, 999\}$  (1 punct)

$S = 111 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 111 \cdot 9 \cdot 5 : 37$  (1 punct)

### Subiectul III. (7 puncte)

a) Fie M mijlocul lui  $[AB] \Rightarrow |AM| = |BM| = 1 \text{ mm}$  (1 punct)

$|A_3M| = |A_3A| + |AM| = 15 \text{ mm} = |MB| + |BB_3| = |MB_3|$  (2 puncte)

b)  $|A_3M| = 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2017})$  (2 puncte)

$|A_3M| = 2^{2019} - 2$  (2 puncte)

### Subiectul IV. (7 puncte)

Acul minutar descrie un unghi de  $6^\circ$  la fiecare minut (1 punct)

Deci, la 26 minute descrie un unghi de  $156^\circ$  (2 puncte)

Acul orar descrie un unghi de  $30'$  la fiecare minut, începând de la poziția orei 3 (1 punct)

Deci, la 26 minute descrie un unghi de  $13^\circ$  (2 puncte)

Unghiul dintre orar și minutar va fi de  $156^\circ - 90^\circ - 13^\circ = 53^\circ$  (1 punct)